შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 55-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 7	04.05.2014/ მათ/IV/ M463
ამოცანა № 4	გვერდი № 1

$P(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$

$Q(x) = b_n x^n + \dots + b_1 x + b_0$

რადგან $P(16) = 3^{2012}$, $a_n \cdot 16^n + \dots + a_1 \cdot 16 + a_0 = 3^{2012} = 81^{503} > 0$

რადგან $P(x)$ და $Q(x)$ მსგავსია, მოიძებნება ისეთი გადანაცვლება, რომ

$$b_{x_n} \cdot 16^n + \dots + b_{x_1} \cdot 16 + b_{x_0} = 3^{2012} = 81^{503} > 0$$

სადაც $b_{x_n} \dots b_{x_1}, b_{x_0}$ არის $b_n, b_{n-1}, \dots b_1, b_0$-ის გადანაცვლება.

ე.ი. $b_m \cdot 16^y + b_{m-1} \cdot 16^z + \dots + b_1 \cdot 16^k + b_0 \cdot 16^p = 3^{2012} = 81^{503} = 9^{1006} > 0$

გვაინტერესებს უდიდესი მნიშვნელობა $|Q(3^{2012})|$-ის

$$|Q(3^{2012})| = |b_n \cdot 3^{2012m} + \dots + b_1 \cdot 3^{2012} + b_0|$$

უდიდესს მივიღებთ თუ b-ებს დავალაგებთ ზრდადობით

$$b_n \le b_{n-1} \le \dots \le b_1 \le b_0$$

მაშინ $3^0 \le 3^{2012} \le \dots \le 3^{2012(m-1)} \le 3^{2012}$

[illegible]
[illegible] $b_n \cdot 3^{2012} + \dots + b_1 \cdot 3^{2012} + b_0 \cdot 3^0$
უდიდესია [illegible]:

მაგრამ ეს არ ჩანს აუცილებლად, რის მიხედვითაც
უდიდესი არ იყოს

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 55-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 7	04.05.2014/ მათ/IV/ M463
ამოცანა № 4	გვერდი № 2

$3^{2012} = 81^{503}$ ბოლოვდება 1-ით.

16-ის ყველა ხარისხი ბოლოვდება 6-ით.

$bx_n \cdot 16^n + \dots + bx_1 \cdot 16 + bx_0 = 81^{503}$ ბოლოვდება 1-ით.

ნებისმიერი $bx_t \cdot 16^t$ ბოლოვდება 0; 2; 4; 6; ან 8-ით.

მათი ყველას ჯამი, გარდა [illegible] წევრის, იქნება ლუწი.

ჯამი კი, ვიცით, რომ 1-ით ბოლოვდება $\Rightarrow$ bx_0 არის კენტი.

ანუ აღმოჩნდა: $b_m \cdot 16^j + \dots + b_1 \cdot 16^k + b_0 \cdot 16^p = 3^{2012}$

და b_L, რომელიც შეესაბამება 16^0, არის აუცილებლად კენტი.

ამავე b_L-ს ეძლევა კოეფიციენტი შეესაბამება 3^{2012}-ის რომელიმე ხარისხს:

$$b_n \cdot 3^{2012n} + \dots + b_1 \cdot 3^{2012} + b_0$$

~~ეს რიცხვი~~ ეს ჯამი ბოლოვდება იმ ციფრით, რითაც ბოლოვდება $(b_0 + b_1 + \dots + b_n)$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

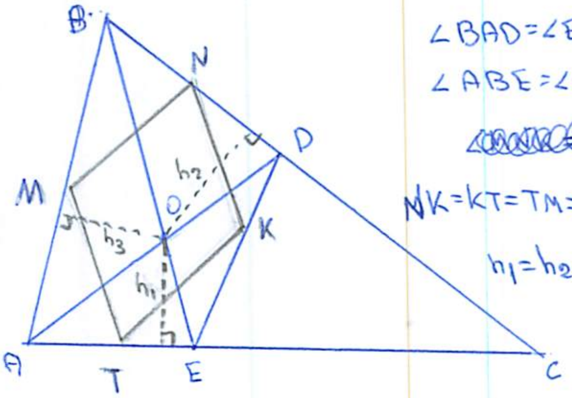
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 55-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 7

04.05.2014/ მათ/IV/ M463

ამოცანა № 5

გვერდი № 3



$\angle BAD = \angle EAD$

$\angle ABE = \angle CBE$

$NK = KT = TM = NM$

$h_1 = h_2 = h_3$

• თუ $\angle ABC$ ან $\angle BAC$ არის მახვილი ან ბლაგვი, $\varphi \le \angle ABC$ და $\varphi \le \angle BAC$, რადგან φ არის რომბის მახვილი კუთხე.

ე.ი. ამ შემთხვევაში სრულდება პირობა $\varphi \le \max\{\angle BAC; \angle ABC\}$

• თუ $\angle ABC$ და $\angle BAC$ ორივე მახვილია.

$\angle MNK = \varphi$

ვთქვათ $\angle ABC > \angle BAC$ (რომელია მეტი [illegible] მნიშვნელობა არ აქვს)

დავუშვათ, $\varphi > \angle ABC$

თუ მივიღებთ წინააღმდეგობას და მივიღებთ, რომ ამ შემთხვევაში $\angle BAC > \angle ABC$, ამოცანა ამოხსნილია. φ აუცილებლად ნაკლები იქნება $\angle ABC$-ზე.

$\square ABDE$-ში ორივე წყვილი მახვილი ვერ იქნება, რადგან ჯამი 360° უნდა იყოს.

$\angle BDE + \angle AED > 180^\circ \Rightarrow$ ამ ორიდან ერთი მაინც არის ბლაგვი
თუ ერთი ბლაგვია, $\angle C$-ც აუცილებლად მახვილია, რადგან
ან $\angle EDC$ ან $\angle DEC$ იქნება მახვილი.

$\angle ABE; \angle DBE, \angle BAD; \angle EAD < 45^0$

$\angle BOA > 90^0$ $\quad \angle AOE < 90^\circ$ $\quad \angle AEO > 45^0$ და $\angle BDA$

$\angle MTK > \angle ABD$

ორივე მახვილია.

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 55-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 7

04.05.2014/ მათ/IV/ M463

ამოცანა № 6

გვერდი № 4

ეს ორი რიცხვი წარმოვადგინოთ მარტივ რიცხვების ნამრავლის სახით:

$n^4+n^2+1 = p_1p_2\cdots p_x\cdot p_n$ სადაც p_n არის ყველაზე დიდი მარტივი გამყოფი

$(n+1)^4+(n+1)^2+1 = p_1'p_2'\cdots p_x'\cdot p_n$ სადაც p_n ყველაზე დიდი მარტივი გამყოფია

ამ ორი რიცხვის უსგ იქნება p_n, რადგან p_n საერთო გამყოფია

უსგ$\left(n^4+n^2+1;\ (n+1)^4+(n+1)^2+1\right) =$ უსგ$\left(n^4+n^2+1;\ (n+1)^4-n^4+(n+1)^2-n^2+1-1\right) =$

$=$ უსგ$\left(n^4+2+1;\ (2n+1)(n^2+2n+2)\right)$

განვიხილოთ n-ის სხვადასხვა მნიშვნელობა: $n\in N$

$1^4+1^2+1=3$

$2^4+2^2+1=21$

$3^4+3^2+1=91$

$4^4+4^2+1=273=3\cdot 91$ — აქ $n=3$ პირობას აკმაყოფილებს და $p_n=91$ (რაც ასევე n ნებისმიერს არ აკმაყოფილებს)

$\dots$

k^4+k^2+1

$(k+1)^4+(k+1)^2+1$ — ეს აკმაყოფილებს უფრო მეტი მთავარი მარტივი წყვილი.

$\dots$

დავუშვათ, n-ის მნიშვნელობები სხვადასხვა და უდიდესი ასეთი n არის $n=k$. პირობა აკმაყოფილებს $n>k$ თვის, k-ს უფრო ყველა მარტივი წყვილს არის განსხვავებული p_n.